UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI GENOVA

FILA C

Nome e Cognome:____________________________Matricola:_____________

Compitino di Meccanica dei Continui del 26/5/2011

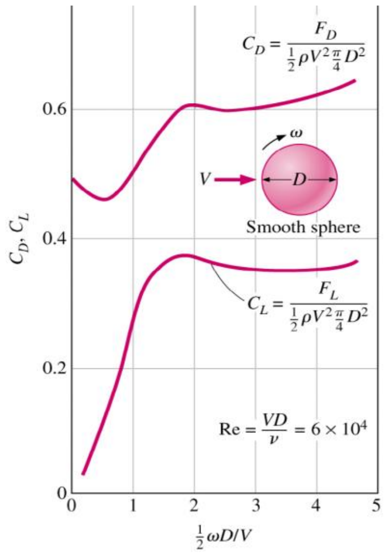
Un foglio aiuti A4 è ammesso. Scrivere i passaggi principali e le soluzioni nei riquadri appositi; va consegnata anche la "brutta" con tutti i calcoli effettuati, ma solo il contenuto dei riquadri verrà corretto.

ESERCIZIO 1. Sia dato il moto potenziale definito da $\psi = C\,x\,y$ (con C costante). Tale moto è ammissibile? Si giustifichi la risposta data. Si calcoli la funzione potenziale di velocità, le componenti del vettore velocità, e la pressione, e si faccia uno schizzo qui a fianco delle linee di corrente nel quarto di piano $x \geq 0$, $y \geq 0$.

ESERCIZIO 2. Dalla ciminiera (alta 30 m) di un cementificio fuoriescono piccole particelle di polvere. Le particelle sono approssimativamente sferiche, con raggi nell'intervallo $10^{-5} - 10^{-7}$ m. La densità delle particelle è di 1500 kg/m^3; la viscosità dell'aria vale 15×10^{-6} Pa s e la sua densità è di 1.2 kg/m^3. Specificando le ipotesi fatte, calcolare il tempo che le particelle impiegano per raggiungere terra. Nella realtà, le particelle più piccole arriveranno effettivamente a terra? Quali possono essere gli effetti delle correnti termiche e del vento su di esse?

ESERCIZIO 3. Un profilo di strato limite turbolento (con velocità esterna U_∞ costante) può essere approssimato da: $u/U_\infty = \eta^{1/7}$ per $\eta \le 1$ e $u/U_\infty = 1$ per $\eta \ge 1$ (con $\eta = y/\delta_{99}$). Tale espressione empirica non si applica nel sottostrato laminare, e Paul Richard Heinrich Blasius propose la seguente relazione sperimentale per lo sforzo di parete: $\tau_w = 0.023\ \rho U_\infty^2 [\nu/(U_\infty \delta_{99})]^{1/4}$ con ν la viscosità cinematica del fluido. Usando l'equazione integrale di von Karman si mostri che $\delta_{99}/x = 0.37\ Re_x^{-1/5}$; si mostri inoltre che lo sforzo di taglio locale sulla lastra vale $\tau_w = 0.030\ \rho U_\infty^2 Re_x^{-1/5}$.

ESERCIZIO 4. Una palla da golf di diametro D = 5 cm si sposta in aria a 15 m/s ruotando attorno al proprio asse a frequenza f = 100 Hz. Usando i dati per l'aria dell'esercizio 2, si valuti la resistenza incontrata dalla pallina nel suo movimento, e la forza di portanza sulla pallina.



ESERCIZIO 5. Un albero alto 10 m viene investito da una corrente d'aria (ρ = 1.2 kg/m^3). Se l'area frontale dell'albero è di 16 m^2, e il momento flettente (mediato nel tempo) esercitato dal vento sull'albero è uguale a 20 000 N m, quanto è la velocità del vento? Si facciano stime sulla base dei dati forniti, e si giustifichino le approssimazioni fatte.

Tree, A – frontal area

V, m/s	C_D
10	0.4–1.2
20	0.3–1.0
30	0.2–0.7

ESERCIZIO 6. Un aeroplano consuma carburante alla velocità di 20 l/min quando in volo di crociera a velocità costante a 3 000 m di altitudine (ρ = 0.909 kg/m^3). Supponendo che il coefficiente di resistenza e il rendimento del motore rimangano uguali, si calcoli di quanto si riduce il consumo di carburante quando l'areo è in volo, alla stessa velocità, ad altitudine di 10 000 m (ρ = 0.414 kg/m^3). Si giustifichi la risposta data.

ESERCIZIO 7. Si scriva in forma vettoriale (e dimensionale) l'equazione dei moti di scorrimento (moti di Stokes) che lega il campo di pressione al campo di velocità, assieme all'equazione di conservazione della massa. Si consideri il caso bidimensionale nel piano (x, y) che analizziamo usando coordinate cilindriche (r,θ) e le componenti del vettore velocità (u_r, u_θ). Perché la funzione di corrente ψ si può definire tramite $u_r = 1/r\ \partial\psi/\partial\theta$ e $u_\theta = - \partial\psi/\partial r$? Se il vettore vorticità è $\boldsymbol{\zeta} = \zeta\, \mathbf{k} = [\ 1/r\ \ \partial(ru_\theta)/\partial r - 1/r\ \ \partial u_r/\partial\theta\ ]\ \mathbf{k}$ (con **k** versore dell'asse z) si mostri che $\nabla^2\psi = - \zeta$ e che ψ è una funzione biarmonica, cioè $\nabla^2(\nabla^2\psi) = 0$ (il laplaciano è un laplaciano 2D nel piano (r,θ), *i.e.* $\nabla^2 = 1/r\ \partial(r\ \partial/\partial r)/\partial r\ +\ 1/r^2\ \ \partial^2/\partial\theta^2$; l'operatore$\nabla^2\nabla^2$ si indica spesso con ∇^4).
Si consideri ora un moto uniforme $\mathbf{u} = U\ \mathbf{i} = U \cos\theta\ \mathbf{e_r} - U \sin\theta\ \mathbf{e_\theta}$ (con i versori **i**, $\mathbf{e_r}$, $\mathbf{e_\theta}$, lungo gli assi x, r e θ, rispettivamente) che investe una circonferenza di raggio R. Si scrivano le 4 condizioni al contorno su ψ per tale moto; si consideri una soluzione della forma $\psi = f(r\ ) \sin\theta$, e si verifichi che la funzione $f(r) = [A\ r^3 + B\ r\ (\ln r - 1/2) + C\ r + D/r]$ (con A, B, C, e D che si determinano dalle condizioni al contorno) soddisfa l'equazione $\nabla^4\psi = 0$.